



① حاصل عبارت تعریف شده $A = \sqrt[3]{a^n \sqrt{a^n} \sqrt{a^n}}$ همواره کدام است؟

- (۱) $\sqrt{a^n}$ (۲) $\sqrt[3]{a^{5n}}$ (۳) $\sqrt{a^{7n}}$ (۴) $\sqrt[3]{a^{7n}}$

② اگر $\frac{180}{41} = \sqrt[5]{a^3 \sqrt{a^2} \sqrt{a}}$ باشد، حاصل $\sqrt{a^2 - 1}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\sqrt{8}$ (۳) $\sqrt{7}$ (۴) $\sqrt{15}$

③ اگر $A = \sqrt[10]{\frac{8}{\sqrt{16}}}$ باشد، A^{-3} کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

④ حاصل عبارت $\frac{(\sqrt[3]{6^{3-\sqrt{2}}})^{(3+\sqrt{2})}}{\sqrt[3]{9 \times \sqrt{3}}}$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) $6\sqrt[3]{6}$ (۳) $6\sqrt[6]{6^5}$ (۴) $6\sqrt[6]{6^5}$

⑤ حاصل $(\frac{4}{9})^{-\frac{1}{2}} + (32)^{\frac{2}{5}} - (125)^{-\frac{1}{3}}$ برابر کدام است؟

- (۱) $4/8$ (۲) $3/7$ (۳) $5/3$ (۴) $6/2$

⑥ حاصل عبارت $A = \frac{(0/125)^{-2} \times \sqrt[4]{8}}{\sqrt{(0/0625)^{-3} \times \sqrt[5]{16}}}$ کدام است؟

- (۱) $2^{\frac{5}{18}}$ (۲) $2^{\frac{1}{6}}$ (۳) $2^{\frac{7}{6}}$ (۴) $2^{\frac{1}{3}}$

⑦ اگر $a = 3^{\frac{4}{5}}$ و $b = (\frac{1}{15})^{\frac{2}{5}}$ باشد، آنگاه $45^{\frac{2}{5}}$ برحسب a و b، کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt[3]{a}}{b^5}$ (۲) $\frac{a}{\sqrt[3]{b^5}}$ (۳) $ba^{\frac{2}{5}}$ (۴) $\frac{b}{\sqrt[3]{a}}$

⑧ حاصل ساده شده عبارت $(\sqrt[3]{2(2-\sqrt{3})})^{\frac{2}{3}} (\sqrt{3}+1)$ کدام است؟

- (۱) $2^{\frac{1}{3}}$ (۲) $2^{\frac{2}{3}}$ (۳) $2^{\frac{1}{6}}$ (۴) $2^{\frac{2}{6}}$

⑨ اگر عبارت $5^{-\frac{2}{5}} \times \frac{1}{\sqrt[5]{125}} \times \frac{25}{\sqrt[5]{125}} \times \frac{1}{\sqrt{5}}$ برابر $\sqrt[5]{5^n}$ باشد، حداقل مقدار $m+n$ کدام است؟

- (۱) ۳۹ (۲) ۱۱۱ (۳) ۱۴۹ (۴) ۵۳

۱۰) اگر $(\sqrt[3]{\sqrt{5}})^{\frac{5}{3}} = 25^{-2x+1}$ باشد، حاصل $(\frac{1}{4^x})^{\frac{1}{3}} \times (8)^{-x}$ کدام است؟

- ۱) $2^{\frac{1}{30}}$ (۲) $2^{\frac{5}{3}}$ (۳) $2^{\frac{1}{30}}$ (۴) $2^{\frac{5}{3}}$

۱۱) با توجه به تساوی $\frac{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{27}} = (\frac{2}{81})^{\frac{25}{b}}$ ، مقدار b کدام است؟

- ۱) ۲۴ (۲) -۲۴ (۳) ۲۱ (۴) -۲۱

۱۲) عبارت $\sqrt[4]{6^{\frac{1}{15}}}$ با کدام یک از گزینه‌های زیر برابر است؟

- ۱) $\sqrt[4]{\sqrt[5]{\sqrt[6]{36}}}$ (۲) $\sqrt[4]{\sqrt[10]{\sqrt[6]{6}}}$ (۳) $\sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{6^{\frac{1}{3}}}}}$ (۴) $\sqrt[3]{\sqrt[10]{\sqrt[3]{36}}}$

۱۳) اگر $x = 8\sqrt[4]{8}$ باشد، حاصل ضرب ریشه سوم و پنجم عدد x کدام است؟

- ۱) $4\sqrt[4]{2}$ (۲) $2\sqrt[4]{8}$ (۳) ۸ (۴) ۴

۱۴) اگر عبارت $\frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{25}{\sqrt[4]{125}} \times \frac{1}{\sqrt[5]{45}} \times 5^{-\frac{2}{5}}$ برابر $\sqrt[m]{5^n}$ باشد، حداقل مقدار $m+n$ کدام است؟
($m, n \in N$)

- ۱) ۳۹ (۲) ۱۱۱ (۳) ۱۴۹ (۴) ۵۳

۱۵) اگر ریشه پنجم عدد x برابر $\frac{3}{4}$ و ریشه سوم عدد y برابر $\frac{2}{3}$ باشد، حاصل ضرب ریشه چهارم مثبت عدد y در ریشه دوم مثبت عدد x کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{4}\sqrt[4]{\frac{3}{4}}$ (۲) $\frac{3}{4}\sqrt[4]{\frac{3}{4}}$ (۳) $\frac{3}{4}\sqrt[4]{\frac{27}{8}}$ (۴) $\frac{9}{4}\sqrt[4]{\frac{3}{4}}$

۱۶) اگر $a^{13} > a^{17}$ باشد، آنگاه کدام گزینه، همواره درست است؟

- ۱) $0 < a < 1$ (۲) $a^5 > a^8$ (۳) $a^6 > a^9$ (۴) $-1 < a < 0$

۱۷) اگر $-1 < a < 0$ باشد و بدانیم $x = \frac{a}{\sqrt{-a}}$ و $y = a\sqrt{-a}$ ، آنگاه کدام رابطه صحیح است؟

- ۱) $x < a < y$ (۲) $a < x < y$ (۳) $a < y < x$ (۴) $y < a < x$

۱۸) اگر $A = \sqrt[5]{\sqrt[3]{32}} \times \sqrt[4]{2}$ و $B = \sqrt[5]{\sqrt[3]{243}} \times \sqrt[6]{3}$ باشد، حاصل $A^{-\frac{4}{5}} \times B^3$ کدام است؟

- ۱) ۱ (۲) $1/5$ (۳) ۲ (۴) $2/5$

۱۹) اگر $x = \sqrt[3]{(\sqrt{5})^{21}}$ آنگاه حاصل $\sqrt[3]{x} \times \sqrt[3]{x^2} \times x^3$ کدام است؟

- ۱) 5^8 (۲) 5^5 (۳) $\sqrt[3]{5^8}$ (۴) $\sqrt[3]{5^5}$

۴۰) اگر $A = \sqrt[3]{5\sqrt{5}} \times \frac{1}{3} \times (2 - \sqrt{3}) \times \sqrt[3]{7 + 4\sqrt{3}}$ باشد، مقدار A چند برابر $\sqrt{20}$ است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۴) $\sqrt{5}$

۴۱) عبارت $\sqrt[3]{y^2} \times \sqrt[3]{y^5}$ را به صورت $y^{\frac{m}{18}}$ نوشته ایم. m کدام است؟ ($y > 0$)

- (۱) ۲۷ (۲) ۲۳ (۳) ۲۵ (۴) ۲۹

۴۲) اگر $A = \sqrt[3]{3\sqrt[3]{81}} \times (\frac{1}{9})^{-\frac{4}{3}}$ باشد، حاصل $(3A)^{-\frac{3}{4}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

۴۳) اگر $4 = 5^x$ و $10 = 5^y$ باشد، حاصل عبارت $\frac{(5^{x+y})^{xy}}{2^x}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۲۰ (۴) ۳۵

۴۴) حاصل $\sqrt[3]{\sqrt{5} - \sqrt{2}} \times \sqrt[3]{7 + 2\sqrt{10}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt[3]{3}$ (۳) $\sqrt[6]{3}$ (۴) ۳

۴۵) عبارت $\sqrt[3]{6^{\frac{1}{15}}}$ با کدام یک از گزینه های زیر برابر است؟

- (۱) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{\sqrt[3]{36}}}$ (۲) $\sqrt[4]{10\sqrt[6]{6}}$ (۳) $\sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{6^{\frac{1}{3}}}}}$ (۴) $\sqrt[2]{\sqrt[10]{\sqrt[3]{36}}}$

۴۶) اگر $x = \sqrt[3]{3}$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^{16}}{x^{-2} + x^{-3} + x^{-4} + \dots + x^{-16}}$ کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) $\frac{1}{27}$ (۳) ۹ (۴) $\frac{1}{9}$

متوسط

درصد پاسخگویی ۴۲٪

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۴

سوال ۱

گزینه «۴»

$$\sqrt{a^n} \sqrt{a^n} = \sqrt{\sqrt{(a^n)^2} \times a^n} = \sqrt[3]{(a^n)^3}$$

$$A = \sqrt[3]{a^n \sqrt[3]{(a^n)^3}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{(a^n)^3} \times (a^n)^3} = \sqrt[3]{a^n \sqrt[3]{a^n}}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۲٪

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۴

سوال ۲

گزینه «۴»

$$\left(\sqrt[3]{a^3 \sqrt[3]{a^2 \sqrt{a}}} \right)^{\frac{180}{31}} = \left(\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^{18} \times a^2 \sqrt{a}}} \right)^{\frac{180}{31}} = \left(\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^{20} \times a}} \right)^{\frac{180}{31}}$$

$$= \left(\sqrt[3]{a^{21}} \right)^{\frac{180}{31}}$$

$$\Rightarrow (a^{\frac{21}{31}})^{\frac{180}{31}} = 64 \Rightarrow a^3 = 64 \Rightarrow a = 4$$

در نتیجه حاصل $\sqrt{a^2 - 1}$ برابر است با: $\sqrt{16 - 1} = \sqrt{15}$ $\xrightarrow{a=4} \sqrt{a^2 - 1}$

متوسط

درصد پاسخگویی ۴۱%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۲

سوال ۳

$$A = \left(\frac{2^3}{\sqrt[3]{2^6}} \right)^{\frac{1}{10}} = \left(2^{3-\frac{6}{3}} \right)^{\frac{1}{10}} = 2^{\frac{2}{3} \times \frac{1}{10}} = 2^{\frac{1}{15}}$$

$$\Rightarrow A^{-3} = 2^{\frac{1}{15} \times (-3)} = 2^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{2}} = \frac{\sqrt[5]{2}}{2}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۳%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۳

سوال ۴

گزینه «۳»

$$\frac{(\sqrt[3]{2}^{3-\sqrt{2}})^{(3+\sqrt{2})}}{\sqrt[3]{8} \times \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt[3]{2})^{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}}{\sqrt[3]{8} \times \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt[3]{2})^{(9-2)}}{\sqrt[3]{8} \times \sqrt{2}}$$

$$= \frac{(\sqrt[3]{2})^7}{\sqrt[3]{8} \times \frac{1}{2}} = \frac{2^{\frac{7}{3}}}{2^{\frac{1}{3}} \times \frac{1}{2}} = 2^{\frac{7}{3}} = 2^{\left(\frac{7}{3}-\frac{1}{3}\right)} = 2^{\frac{6}{3}} = \sqrt[6]{2^{11}} = 2\sqrt[6]{2^5}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۸%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۳

سوال ۵

گزینه «۳»

$$\left(\left(\frac{2}{3} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{7}} + \left((2)^5 \right)^{\frac{2}{5}} - \left((5)^3 \right)^{-\frac{1}{3}}$$

$$= \left(\frac{2}{3} \right)^{-1} + (2)^2 - (5)^{-1}$$

$$= 1/5 + 4 - 0/2 = 5/3$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۶%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۱

سوال ۶

گزینه «۱»

$$A = \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^{-2} \times (2^3)^{\frac{1}{5}}}{\left(\frac{1}{16} \right)^{-2} \times (2^6)^{\frac{1}{4}}} = \frac{2^2 \times 2^{\frac{3}{5}}}{(2^4)^{\frac{2}{4}} \times 2^{\frac{6}{4}}} = \frac{2^2 \times 2^{\frac{3}{5}}}{2^2 \times 2^{\frac{3}{2}}} = 2^{\frac{2}{5} - \frac{3}{2}} = 2^{-\frac{5}{10}} = 2^{-\frac{1}{2}}$$

دشوار

درصد پاسخگویی ۱۵%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۲

سوال ۷

گزینه «۲»

$$3^{\frac{2}{3}} = a \Rightarrow 3 = a^{\frac{3}{2}} \xrightarrow[\text{می رساتیم}]{\text{به توان ۲}} 9 = a^{\frac{3}{1}}$$

$$\left(\frac{1}{25} \right)^{\frac{x}{5}} = b \Rightarrow (5^{-2})^{\frac{x}{5}} = b \Rightarrow 5^{-\frac{2x}{5}} = b \Rightarrow 5^{-6} = b^5$$

$$5 = b^{-\frac{5}{6}} = \left(\frac{1}{b} \right)^{\frac{5}{6}}$$

$$45^{\frac{2}{3}} = (9 \times 5)^{\frac{2}{3}} = \left(a^{\frac{2}{3}} \times \left(\frac{1}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{2}{3}} = a \left(\frac{1}{b} \right)^{\frac{4}{9}} = \frac{a}{\sqrt[9]{b^4}}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۳%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۲

سوال ۸

$$\begin{aligned}
 (\sqrt{3}+1)^{\frac{2}{3}} \left(\sqrt[3]{2(2-\sqrt{3})} \right) &= \sqrt[3]{(\sqrt{3}+1)^2 (\sqrt{3}-2\sqrt{3})} \\
 &= \sqrt[3]{(3+1+2\sqrt{3})} \sqrt[3]{3-2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(4+2\sqrt{3})} \sqrt[3]{(4-2\sqrt{3})} \\
 &= \sqrt[3]{(4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})} = \sqrt[3]{16-12} = \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}
 \end{aligned}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۹%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۳

سوال ۹

گزینه «۳»

اعداد را به صورت توان‌های گویا می‌نویسیم:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{25}{\sqrt[3]{125}} \times \frac{1}{\sqrt[4]{25}} \times 5^{-\frac{2}{5}} &= \frac{1}{5^{\frac{1}{2}}} \times \frac{5^2}{5^{\frac{3}{4}}} \times \frac{1}{5^{\frac{1}{4}}} \times 5^{-\frac{2}{5}} \\
 &= 5^{-\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{2}{4}} \times 5^{-\frac{1}{4}} \times 5^{-\frac{2}{5}} \times 5^{-\frac{2}{5}} \\
 &= 5^{-\frac{1}{2} + \frac{2}{4} - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{2}{5}} = 5^{\frac{4}{10} - \frac{4}{5}} = \sqrt[10]{5^4} = \sqrt[5]{5^2} \\
 &\Rightarrow m = 140, n = 9 \Rightarrow m + n = 149
 \end{aligned}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۱

سوال ۱۰

گزینه «۱»

$$\begin{aligned}
 (\sqrt[3]{\sqrt{5}})^{\frac{8}{5}} &= 25^{-2x+1} \Rightarrow (\sqrt[5]{5})^{\frac{8}{5}} = (5^2)^{-2x+1} \\
 &\Rightarrow 5^{\frac{8}{5} \times \frac{1}{5}} = 5^{-4x+2} \Rightarrow \frac{8}{25} = -4x+2 \\
 &\Rightarrow 4x = \frac{28}{15} \Rightarrow x = \frac{7}{15} \\
 &\Rightarrow \left(4^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}} \times 8^{-x} = 2^{\frac{2}{5}} \times 2^{-3x} = 2^{\frac{10}{5}} \times 2^{-\frac{21}{5}} = 2^{\frac{50-42}{5}} = 2^{\frac{8}{5}}
 \end{aligned}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۵%

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه های دام دار ۳

گزینه درست: ۱

سوال ۱۱

گزینه «۱»

صورت کسر:

$$\sqrt{2} \times \sqrt[4]{2} \times \sqrt[5]{2} \times \sqrt[6]{2} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{20}{60}}$$

مخرج کسر:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{3} \times \sqrt[4]{9} \times 27 &= 3^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{2}{4}} \times 3^3 = 3^{\frac{20}{4}} \\
 &\Rightarrow \frac{2^{\frac{20}{60}}}{3^{\frac{20}{4}}} = \frac{2^{\frac{20}{60}}}{(3^{\frac{15}{4}})^{\frac{20}{15}}} = \frac{2^{\frac{20}{60}}}{3^{\frac{20}{4}}} = \left(\frac{2}{3^{\frac{15}{4}}}\right)^{\frac{20}{60}} = \left(\frac{2}{3^{\frac{15}{4}}}\right)^{\frac{1}{3}} \\
 &\Rightarrow b = 24
 \end{aligned}$$

سوال ۱۲

گزینه درست: ۱

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۳۵%

متوسط

گزینه «۱»

$$\sqrt[5]{6^{\frac{1}{10}}} = \sqrt[5]{6^{\frac{2}{20}}} = \sqrt[5]{6^{\frac{1}{10} \times \frac{1}{2}}} = \sqrt[5]{\sqrt[10]{6}}} = \sqrt[10]{\sqrt[5]{6}}$$

سوال ۱۳

گزینه درست: ۴

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۳۰%

متوسط

گزینه «۴»

$$x \text{ را با پایه } ۲ \text{ می‌نویسیم: } x = ۸ \times \sqrt[3]{۸} = ۲^۳ \times ۲^{\frac{3}{3}} = ۲^{\frac{۱۰}{3}}$$

ریشه سوم و پنجم x را به دست می‌آوریم:

$$x \text{ ریشه سوم} = x^{\frac{1}{3}} = (2^{\frac{10}{3}})^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{10}{9}}$$

$$x \text{ ریشه پنجم} = x^{\frac{1}{5}} = (2^{\frac{10}{3}})^{\frac{1}{5}} = 2^{\frac{2}{3}}$$

$$2^{\frac{10}{9}} \times 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{10}{9} + \frac{4}{9}} = 2^2 = 4 \quad \text{حاصل ضرب دو مقدار بالا برابر است با:}$$

سوال ۱۴

گزینه درست: ۳

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۱۶%

دشوار

گزینه «۳»

اعداد را به صورت توان‌های گویا می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{25}{\sqrt[3]{125}} \times \frac{1}{\sqrt[5]{25}} \times 5^{-\frac{2}{5}} &= \frac{1}{5^{\frac{1}{2}}} \times \frac{5^2}{5^{\frac{3}{2}}} \times \frac{1}{5^{\frac{2}{5}}} \times 5^{-\frac{2}{5}} \\ &= 5^{-\frac{1}{2}} \times 5^2 \times 5^{-\frac{3}{2}} \times 5^{-\frac{2}{5}} \times 5^{-\frac{2}{5}} \\ &= 5^{-\frac{1}{2} + 2 - \frac{3}{2} - \frac{2}{5} - \frac{2}{5}} = 5^{\frac{9}{5}} = \sqrt[5]{5^9} = \sqrt[5]{5^n} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow m = 140, n = 9 \Rightarrow m + n = 149$$

سوال ۱۵

گزینه درست: ۳

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۲۷%

متوسط

$$\sqrt[5]{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{2^5}{3^5}, \sqrt[3]{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2^3}{3^3}$$

$$\sqrt[4]{y} \times \sqrt{x} = \sqrt[4]{\frac{2^3}{3^3}} \times \sqrt{\frac{2^5}{3^5}} = \frac{2^{\frac{3}{4}}}{3^{\frac{3}{4}}} \times \frac{2^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{5}{2}}} = \frac{2^{\frac{3}{4} + \frac{5}{2}}}{3^{\frac{3}{4} + \frac{5}{2}}} = \frac{2^{\frac{13}{4}}}{3^{\frac{13}{4}}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{13}{4}} = \frac{2}{3} \sqrt[4]{\frac{2^9}{3^9}}$$

$$\frac{2^{\frac{13}{4}}}{3^{\frac{13}{4}}} = \frac{2^{\frac{13}{4}}}{3^{\frac{13}{4}}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{13}{4}} = \frac{2}{3} \sqrt[4]{\frac{2^9}{3^9}}$$

سوال ۱۶

گزینه درست: ۳

گزینه های دام دار ۱

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۱۹%

متوسط

گزینه «۳»

$$a^{13} > a^{17} \Rightarrow \begin{cases} \text{درست: } 0 < a < 1 \Rightarrow a^5 > a^8 \\ \text{یا} \\ \text{نادرست: } a < -1 \Rightarrow a^5 > a^8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{درست: } 0 < a < 1 \Rightarrow a^6 > a^9 \\ \text{درست: } a < -1 \Rightarrow a^6 > a^9 \end{cases}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۸٪

قلمچی ۱۴۰۰

گزینه درست: ۱

سوال ۱۷

گزینه «۱»

سعی می‌کنیم x و y را با توان کسری نشان دهیم:

$$x = \frac{a}{\sqrt{-a}} = -\frac{-a}{\sqrt{-a}} = -(-a)^{\frac{1}{2}}$$

$$y = a\sqrt{-a} = -(-a)\sqrt{-a} = -(-a)^{\frac{3}{2}}$$

 $-a$ عددی بین صفر و ۱ است و هر چه به توان بزرگتری برسد، مقدار آن کمتر می‌شود. پس:

$$(-a)^{\frac{1}{2}} > (-a) > (-a)^{\frac{3}{2}} \xrightarrow{\times(-1)} \underbrace{-\sqrt{-a}}_x < a < \underbrace{-a\sqrt{-a}}_y$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۴۰٪

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۲

سوال ۱۸

گزینه «۲»

می‌دانیم که $۲^۵ = ۳۲$ و $۳^۵ = ۲۴۳$ ، پس:

$$A = \sqrt[5]{\sqrt[3]{۳۲}} \times \sqrt[5]{۲} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{(۲^۵)}} \times \sqrt[5]{۲} = \sqrt[5]{۲} \times \sqrt[5]{۲} = ۲^{\frac{1}{5}} \times ۲^{\frac{1}{5}} = ۲^{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}} = ۲^{\frac{2}{5}}$$

$$B = \sqrt[5]{\sqrt[3]{۲۴۳}} \times \sqrt[5]{۳} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{(۳^۵)}} \times \sqrt[5]{۳} = \sqrt[5]{۳} \times \sqrt[5]{۳} = ۳^{\frac{1}{5}} \times ۳^{\frac{1}{5}} = ۳^{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}} = ۳^{\frac{2}{5}}$$

$$A^{-\frac{4}{5}} \times B^۳ = (۲^{\frac{2}{5}})^{-\frac{4}{5}} \times (۳^{\frac{2}{5}})^۳ = ۲^{-1} \times ۳^1 = \frac{1}{۲} \times ۳ = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۳۳٪

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۲

سوال ۱۹

گزینه «۲»

$$x = \sqrt{(\sqrt{۵})^{۲1}} = \sqrt[4]{۵^{\frac{۲1}{۲}}} = ۵^{\frac{۲1}{۴}}$$

$$\sqrt[4]{x} \times \sqrt[3]{x^{\frac{۲}{۳}}} \times x^۳ = x^{\frac{1}{4}} \times x^{\frac{۲}{9}} \times x^۳ = x^{\frac{۳+۱۴+۶۳}{۱۲}} = x^{\frac{۸۰}{۱۲}} = (۵^{\frac{۲۱}{۴}})^{\frac{۸۰}{۱۲}} = ۵^۵$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۱٪

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۲

سوال ۲۰

گزینه «۲»

$$A = (\sqrt[3]{۷+۴\sqrt{۳}})^{\frac{1}{2}} (\sqrt[3]{۵\sqrt{۵}}) = (\sqrt[3]{۷+۴\sqrt{۳}})^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{۲-\sqrt{۳}} (\sqrt[3]{۵\sqrt{۵}})$$

$$= (\sqrt[3]{۷+۴\sqrt{۳}})^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{(۲-\sqrt{۳})^۲} \times \sqrt[3]{۵}$$

$$= \sqrt[3]{(۷+۴\sqrt{۳})(۷-۴\sqrt{۳})} \times \sqrt[3]{۵} = \underbrace{\sqrt[3]{۴۹-۴۸}}_1 \times \sqrt[3]{۵} = \sqrt[3]{۵}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{\sqrt[3]{۴۰}} = \frac{\sqrt[3]{۵}}{\sqrt[3]{۴۰}} = \frac{\sqrt[3]{۵}}{۲\sqrt[3]{۵}} = \frac{1}{۲}$$

سوال ۲۱

گزینه درست: ۱

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۴۹%

ساده

گزینه «۱»

$$\sqrt[5]{y^5} \times \sqrt[3]{y^3} = y^{\frac{5}{5}} \times y^{\frac{3}{3}} = y^{\frac{5}{3} + \frac{3}{3}} = y^{\frac{15+3}{18}}$$

$$\Rightarrow y^{\frac{18}{18}} = y^{\frac{18}{18}} \Rightarrow m = 18$$

گزینه «۴»

سوال ۲۲

گزینه درست: ۴

قلمچی ۱۴۰۰

درصد پاسخگویی ۴۴%

متوسط

$$A = \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{3^6} \times (3^{-2})^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{3} \times 3^{\frac{6}{3}} \times 3^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{3^{\frac{10}{3}}} \times 3^{\frac{4}{3}}$$

$$= 3^{\frac{10}{9}} \times 3^{\frac{4}{3}} = 3^{\frac{10}{9} + \frac{12}{9}} = 3^{\frac{22}{9}}$$

$$A = 3^{\frac{22}{9}} \Rightarrow 3A = 3 \times 3^{\frac{22}{9}} = 3^{\frac{30}{9}} \Rightarrow (3A)^{-\frac{3}{10}} = (3^{\frac{30}{9}})^{-\frac{3}{10}}$$

$$= 3^{\frac{30}{9} \times (-\frac{3}{10})} = 3^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$$

سوال ۲۳

گزینه درست: ۱

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۱۰%

دشوار

$$5^{x+2} = 5^x \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$$

$$\text{عبارت اصلی} = \frac{(5^{x+2})^{xy}}{y^x} = \frac{100^{xy}}{y^x} = \frac{(100^y)^x}{y^x}$$

$$= \frac{10^x}{y^x} = \frac{y^x \times 5^x}{y^x} = 5^x = 4$$

سوال ۲۴

گزینه درست: ۲

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۱۹%

متوسط

ابتدا باید فرجه‌ها را برابر کنیم. یعنی:

$$\sqrt[5]{(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2} \times \sqrt[5]{7 + 2\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow \sqrt[5]{5 + 2 - 2\sqrt{10}} \times \sqrt[5]{7 + 2\sqrt{10}} \Rightarrow \sqrt[5]{(7 - 2\sqrt{10})(7 + 2\sqrt{10})}$$

$$\Rightarrow \sqrt[5]{(49 - 40)} = \sqrt[5]{9} \Rightarrow \sqrt[5]{3^2} \Rightarrow 3^{\frac{2}{5}} = 3^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{3}$$

سوال ۲۵

گزینه درست: ۱

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۳۹%

متوسط

$$\sqrt[4]{6^{\frac{1}{10}}} = \sqrt[4]{6^{\frac{2}{20}}} = \sqrt[4]{(6^2)^{\frac{1}{20}}} = \sqrt[4]{\sqrt[20]{36}}$$

گزینه‌ی «۱»

سوال ۲۶

گزینه درست: ۱

قلمچی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۱۳%

دشوار

$$A = \frac{x^2 + x^2 + x^2 + \dots + x^{16}}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^{16}}} = \frac{x^2(1 + x + x^2 + \dots + x^{14} + x^{16})}{\frac{(x^{16} + x^{14} + \dots + x^2 + x + 1)}{x^{16}}}$$

$$= \frac{x^2}{\frac{1}{x^{16}}} = x^{18}$$

$$\xrightarrow{x = \sqrt[3]{3}} A = (\sqrt[3]{3})^{18} = (3^{\frac{1}{3}})^{18} = 3^6 = 729$$

